19 CIRCUITOS DIGITALES

Sugerencias Didácticas

- El profesor debe establecer primeramente la diferencia entre señales digitales y analógicas, haciendo ver al alumnado la necesidad de utilizar sistemas de numeración binarios para representar la información de tipo digital.
- Se considerarán con cierto detalle los códigos binarios –tanto el natural como los BCD–, fijando claramente la manera de pasar un número de un código a otro, así como las reglas que rigen la suma y la resta de números binarios. Para afianzar los conocimientos adquiridos se propondrán a los alumnos y alumnas ejercicios prácticos de aplicación.
- Se estudiarán las operaciones básicas del álgebra de Boole, que permiten sumar, multiplicar o negar funciones lógicas. Éstas se pueden representar mediante tablas de verdad y las operaciones antes citadas se realizan directamente mediante las llamadas puertas lógicas básicas: OR, AND y NOT.
- Para el desarrollo de la Unidad es necesario considerar también otras puertas (NOR y NAND), cuya realización resulta fácil de comprender aplicando las leyes de Morgan.
- Se debe hacer hincapié en el hecho de que una función lógica posee una única tabla de verdad, aunque pueda representarse mediante distintas fórmulas matemáticas equivalentes. De todas ellas interesa la más sencilla, no sólo desde el punto de vista matemático sino también por la economía que supone su realización física por medio de circuitos.
- Se estudiarán la primera y la segunda formas canónicas de las funciones lógicas, así como su simplificación mediante el método gráfico conocido como mapas de Karnaugh, hasta obtener una función mínima que se pueda descomponer en funciones elementales susceptibles de implementación mediante puertas lógicas básicas.
- El desarrollo de la Unidad ha de ir acompañado del planteamiento y resolución de actividades de aplicación que faciliten la comprensión de las cuestiones teóricas impartidas.

SOLUCIONES a las Actividades propuestas

Pág. 379

1 $110101_{(2)} = 1\cdot 2^5 + 1\cdot 2^4 + 0\cdot 2^3 + 1\cdot 2^2 + 0\cdot 2^1 + 1\cdot 2^0 =$

$= 32 + 16 + 4 + 1 = \boxed{\mathbf{53_{(10)}}}$

$11010{,}101_{(2)} = 1\cdot 2^4 + 1\cdot 2^3 + 0\cdot 2^2 + 1\cdot 2^1 + 0\cdot 2^0 + 1\cdot 2^{-1} + 0\cdot 2^{-2}$

$+1\cdot 2^{-3} = 16 + 8 + 2 + 0{,}5 + 0{,}125 = \boxed{\mathbf{26{,}625_{(10)}}}$

2. Consideremos, en primer lugar el número $87_{(10)}$:

	Cociente	Resto
87:2	43	1
43:2	21	1
21:2	10	1
10:2	5	0
5:2	2	1
2:2	1	0

bit más significativo ⟶ 1 0 1 0 1 1 1

De esta manera, el resultado es:

$\boxed{\mathbf{87_{(10)} = 1010111_{(2)}}}$

Transformemos, ahora, en binario el número $42{,}875_{(10)}$.

<u>Parte entera:</u>

	Cociente	Resto
42:2	21	0
21:2	10	1
10:2	5	0
5:2	2	1
2:2	1	0

bit más significativo ⟶ 1 0 1 0 1 0

<u>Parte fraccionaria:</u>

$0{,}875 \cdot 2 = 1{,}75$ primer dígito fraccionario: 1

$0{,}75 \cdot 2 = 1{,}50$ segundo dígito fraccionario: 1

$0{,}50 \cdot 2 = 1$ tercer dígito fraccionario: 1

Por lo tanto:

$$0{,}875_{(10)} = 0{,}111_{(2)}$$

Si tenemos en cuenta la parte entera y la fraccionaria, el número 42,875 se expresa en forma binaria de la siguiente manera:

$\boxed{\mathbf{42{,}875_{(10)} = 101010{,}111_{(2)}}}$

Pág. 381

1. Primero expresaremos esos números en la base 2:

$$629{,}750_{(10)} = 1001110101{,}11_{(2)}$$
$$305{,}625_{(10)} = 100110001{,}101_{(2)}.$$

y a continuación procederemos a efectuar la suma:

Sistema decimal	Sistema binario	
	11100011	Acarreo
629,750	1001110101,11	Sumando 1
+ 305,625	+ 100110001,101	Sumando 2
935,375	**1110100111,011**	Suma

Puede comprobarse que $1110100111{,}011_{(2)} = 935{,}375_{(10)}$.

2. Realizaremos primero la diferencia 238,500 – 183,125.

– Por el convenio de complemento a uno:

Sistema decimal	Sistema binario	
	→ 1	
238,500	**0** 11101110,100	Minuendo
– 183,125	+ **1** 01001000,110	Sustraendo (en complemento a uno)
55,375	1 **0** 00110111,011	Diferencia (en complemento a uno)

– Por el convenio de complemento a dos:

Sistema decimal	Sistema binario	
238,500	**0** 11101110,100	Minuendo
– 183,125	+ **1** 01001000,111	Sustraendo (en complemento a dos)
55,375	**0** 00110111,011	Diferencia (en complemento a dos)

Por lo tanto:

$$\boxed{\mathbf{238{,}500_{(10)} - 183{,}125_{(10)} = 110111{,}011_{(2)}}}$$

Consideremos, ahora, la resta 527,500 – 277,125:

– Por el convenio de complemento a uno:

Sistema decimal	Sistema binario	
	→ 1	
527,500	**0** 1000001111,100	Minuendo
– 277,125	+ **1** 1011101010,110	Sustraendo (en complemento a uno)
250,375	**0** 0011111010,011	Diferencia (en complemento a uno)

Por el convenio de complemento a dos:

Sistema decimal	Sistema binario	
527,500	**0** 1000001111,100	Minuendo
– 277,125	+ **1** 1011101010,111	Sustraendo (en complemento a dos)
250,375	**0** 0011111010,011	Diferencia (en complemento a dos)

Por lo tanto:

$$\boxed{\mathbf{527{,}500_{(10)} - 277{,}125_{(10)} = 11111010{,}011_{(2)}}}$$

Pág. 392

1. La tabla de verdad de la ecuación lógica $f = A \cdot \overline{B} + \overline{C}$ es la siguiente:

A	B	C	$f = A \cdot \overline{B} + \overline{C}$
0	0	0	1
1	0	0	1
0	1	0	1
0	0	1	0
1	1	0	1
0	1	1	0
1	0	1	1
1	1	1	0

Pág. 394

1. Utilizando métodos algebraicos la ecuación lógica

$$f = A \cdot B \cdot \overline{C} + A \cdot B \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$$

se convierte en:

$$f = A \cdot B \cdot \overline{C} + A \cdot B \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} = A \cdot B \cdot (\overline{C} + C) + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C}$$

Como $\overline{C} + C = 1$, la expresión anterior queda:

$$f' = A \cdot B + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} = A \cdot \left(B + \overline{B} \cdot \overline{C}\right)$$

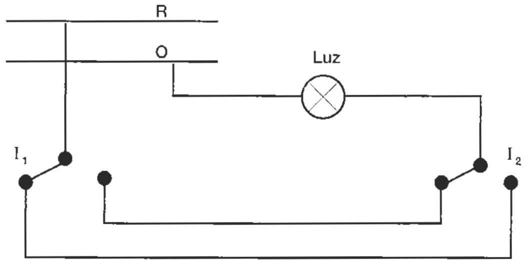
La tabla de verdad de las funciones f y f′ es la misma:

A	B	C	f , f′
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

lo que demuestra que ambas funciones son equivalentes.

Pág. 398

1. Denominando estado «1» al que corresponde a la luz encendida y estado «0» cuando está apagada, y designando por «0» y «1» los estados de los interruptores I_1 e I_2 cuando están conectados hacia dentro y hacia fuera, respectivamente, se puede construir fácilmente la tabla de verdad:



I_1	I_2	Luz
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	1

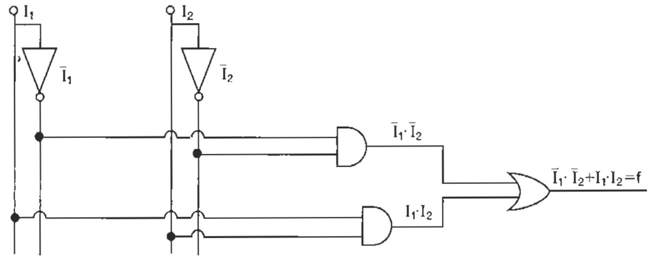
de la que se deduce que la primera forma canónica será:

$$f = m_0 + m_3 = \bar{I}_1 \cdot \bar{I}_2 + I_1 \cdot I_2$$

La construcción del mapa de Karnaugh conduce a la conclusión de que la anterior forma lógica es irreducible y, por lo tanto, mínima:

$I_2 \backslash I_1$	0	1
0	1_{0}	$_{2}$
1	$_{1}$	1_{3}

El diagrama lógico será el siguiente:



Se deja al criterio del profesor otras posibles formas de implementación.

SOLUCIONES a las Actividades de Síntesis

1. El alumnado debe hacer constar cómo en los últimos tiempos la utilización de circuitos digitales se ha ido incrementando cada vez más, lo que ha dado lugar a un auge sin precedentes en el campo de la Tecnología. Puede utilizarse como ejemplo una calculadora de bolsillo –o mejor aún, un ordenador–, en cuyo interior existe una gran cantidad de circuitos impresos que funcionan digitalmente y que constituyen su intrincada «anatomía». Allí se procesan los datos que se suministran desde el exterior, y son las interconexiones de los circuitos, actuando como puertas lógicas, las que realizan las operaciones de cálculo solicitadas.

Pese a la importancia innegable que ha adquirido la Electrónica digital en nuestro actual estado de bienestar, conviene que el alumnado se conciencie de que una automatización excesiva puede privar al ser humano de su capacidad de elección consciente entre diversas alternativas posibles. La técnica no debe considerarse como un fin en sí misma, sino como un medio de progreso al servicio de la humanidad.

2. Las leyes de Morgan se pueden enunciar de la forma siguiente:

- La negada de una suma de dos variables booleanas es igual al producto de las negadas de dichas variables:

$$\overline{A + B} = \bar{A} \cdot \bar{B}$$

- La negada de un producto de dos variables booleanas es igual a la suma de las negadas de dichas variables:

$$\overline{A \cdot B} = \bar{A} + \bar{B}$$

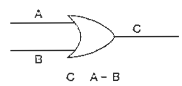
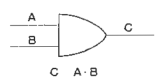
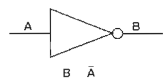
Estas leyes se pueden comprobar por medio de tablas de verdad:

A	B	$\overline{A+B}$	$\bar{A} \cdot \bar{B}$
0	0	1	1
0	1	0	0
1	0	0	0
1	1	0	0

A	B	$\overline{A \cdot B}$	$\bar{A} + \bar{B}$
0	0	1	1
0	1	1	1
1	0	1	1
1	1	0	0

3. El número de entradas de una puerta lógica depende de cuál sea esta puerta.

4. Las tres puertas lógicas básicas y sus símbolos gráficos correspondientes son:

Puerta	OR	AND	NOT
Símbolo			

5. La construcción pedida se representa en el diagrama adjunto:

6. Una **función lógica** es aquella función cuyos valores son binarios y dependen de una expresión algebraica formada por una serie de variables binarias relacionadas entre sí por determinadas operaciones. Por ejemplo, una función lógica expresada así:

$$f(A,B,C) = A \cdot B + C$$

significa que:

- La función valdrá 1 si A y B valen 1 o si C vale 1, o bien si se cumplen ambas condiciones a la vez.
- La función valdrá cero si A o B valen cero y C vale cero, o si las tres variables valen cero a la vez.

Por otra parte, entre las diversas representaciones matemáticas que puede tomar una función, existen dos especialmente interesantes que se denominan **formas canónicas**.

- **Primera forma canónica** de una función lógica es una suma de productos lógicos en los que intervienen todas las variables de la función, ya sea de forma directa o de forma negada. Cada término o producto canónico se representa por m_i, donde i es el valor decimal de la combinación binaria que se obtiene al sustituir por 1 las variables que aparecen de forma directa en el producto, y por 0 las que lo hacen de forma negada.
- **Segunda forma canónica** de una función lógica es un producto de sumas en las que intervienen todas las variables de la función, ya sea de forma directa o de forma negada. Cada término o producto canónico se representa por M_i, siendo el significado de i el mismo que en la primera forma canónica.

7. La primera forma canónica se obtiene sumando todos los productos lógicos que dan salida 1 en la tabla de verdad. Por lo tanto, la respuesta correcta es la tercera.

8. La manera más sencilla de comprobar si las dos funciones son o no equivalentes consiste en construir sus respectivas tablas de verdad. La tabla de verdad para la función

$f_1 = \bar{x}\cdot\bar{y}\cdot z+\bar{x}\cdot y\cdot\bar{z}+x\cdot\bar{y}\cdot\bar{z}+x\cdot\bar{y}\cdot z+x\cdot y\cdot\bar{z}+x\cdot y\cdot z$ es:

x	y	z	f_1
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

y para la función: $f_2 = (x + y + z)\cdot(x+\bar{y}+z)$

x	y	z	f_2
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Las dos tablas de verdad son distintas, lo que pone de manifiesto que las funciones f_1 y f_2 no son equivalentes.

En efecto: aplicando las propiedades del álgebra de Boole ambas funciones se pueden simplificar de la forma siguiente:

$$f_1 = \bar{x}\cdot\bar{y}\cdot z+\bar{x}\cdot y\cdot\bar{z}+x\cdot\bar{y}\cdot\bar{z}+x\cdot\bar{y}\cdot z+x\cdot y\cdot\bar{z}+x\cdot y\cdot z =$$
$$=(x\cdot\bar{y}+x\cdot y)\cdot(z+\bar{z})+\bar{x}\cdot\bar{y}\cdot z+\bar{x}\cdot y\cdot\bar{z}=$$
$$=x\cdot y+x\cdot\bar{y}+\bar{x}\cdot(y\cdot\bar{z}+\bar{y}\cdot z)=x\cdot(y+\bar{y})+\bar{x}\cdot(y\cdot\bar{z}+\bar{y}\cdot z)=$$
$$=x+\bar{x}\cdot(y\cdot\bar{z}+\bar{y}\cdot z)$$

$$f_2 = \bar{x}\cdot\bar{y}\cdot z+\bar{x}\cdot y\cdot z+x\cdot\bar{y}\cdot\bar{z}+x\cdot\bar{y}\cdot z+x\cdot y\cdot\bar{z}+x\cdot y\cdot z =$$
$$=(y\cdot z+\bar{y}\cdot z)\cdot(x+\bar{x})+x\cdot y\cdot\bar{z}+x\cdot\bar{y}\cdot\bar{z}=$$
$$=z\cdot(y+\bar{y})+x\cdot\bar{z}\cdot(y+\bar{y})=z+x\cdot\bar{z}$$

Se puede constatar fácilmente que $f_1 \neq f_2$

9. a) Denominando estado «1» al montacargas funcionando y estado «0» cuando se encuentra parado; y llamando, de igual modo, estado «1» al del captador accionado y estado «0» cuando está sin accionar, se puede construir fácilmente la tabla de verdad del funcionamiento del montacargas:

A	B	C	f
0	0	0	1
0	0	1	X
0	1	0	X
0	1	1	X
1	0	0	0
1	0	1	X
1	1	0	1
1	1	1	0

Los símbolos X en la tabla anterior corresponden a estados indiferentes.

b) Construyamos el mapa de Karnaugh y efectuemos las correspondientes asociaciones:

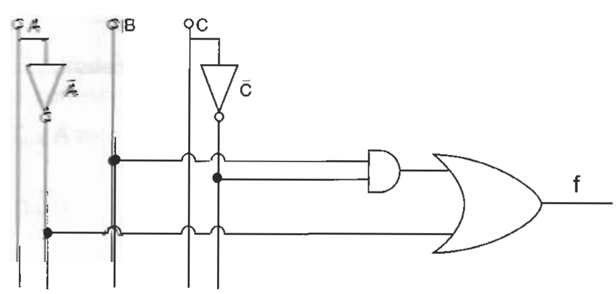
C \ AB	00	01	11	10
0	1 $_{0}$	X $_{2}$	1 $_{6}$	0 $_{4}$
1	X $_{1}$	X $_{3}$	0 $_{7}$	X $_{5}$

- Las casillas 0, 1, 2 y 3 eliminan las variables B y C. El resultado es $\bar{A}$.
- Las casillas 2 y 6 eliminan la variable A. El resultado es $B\cdot\bar{C}$.

De esta manera se obtiene la función lógica mínima del automatismo:

$$\boxed{f = \bar{A} + B\cdot\bar{C}}$$

c) Teniendo en cuenta esta función, el diagrama lógico del circuito será:



Este circuito se puede implementar mediante dos puertas NOT, una puerta AND y una puerta OR.

10. a) *Primera forma canónica* (suma de productos lógicos):

$$f(A,B,C) = m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7$$

Esta expresión es equivalente a:

$$f(A,B,C) = \overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C + \overline{A}\cdot B\cdot\overline{C} + \overline{A}\cdot B\cdot C + A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C} + \\ + A\cdot\overline{B}\cdot C + A\cdot B\cdot\overline{C} + A\cdot B\cdot C$$

donde:

m_1 representa el producto $\overline{A}\cdot\overline{B}\cdot C$ (0,0,1)
m_2 representa el producto $\overline{A}\cdot B\cdot\overline{C}$ (0,1,0)
m_3 representa el producto $\overline{A}\cdot B\cdot C$ (0,1,1)
m_4 representa el producto $A\cdot\overline{B}\cdot\overline{C}$ (1,0,0)
m_5 representa el producto $A\cdot\overline{B}\cdot C$ (1,0,1)
m_6 representa el producto $A\cdot B\cdot\overline{C}$ (1,1,0)
m_7 representa el producto $A\cdot B\cdot C$ (1,1,1)

Segunda forma canónica (producto de sumas lógicas):

$$f(A,B,C) = M_7 = A + B + C \quad [(0,0,0) \text{ en la tabla de verdad}]$$

También se puede obtener la segunda forma canónica directamente a partir de la primera, aplicando la regla mencionada en la página 393 del texto:

Si en la primera forma canónica aparece el término m_i, en la segunda forma no aparecerá el término M_{2^n-1-i}.
En este caso:

Aparece m_1 en la primera.
Por tanto, no aparece $M_{2^3-1-1} = M_6$
Aparece m_2 en la primera.
Por tanto, no aparece $M_{2^3-1-2} = M_5$
Aparece m_3 en la primera.
Por tanto, no aparece $M_{2^3-1-3} = M_4$
Aparece m_4 en la primera.
Por tanto, no aparece $M_{2^3-1-4} = M_3$
Aparece m_5 en la primera.
Por tanto, no aparece $M_{2^3-1-5} = M_2$
Aparece m_6 en la primera.
Por tanto, no aparece $M_{2^3-1-6} = M_1$

de manera que la segunda forma canónica está formada por el término restante, M_7.

b) Construyamos el mapa de Karnaugh y efectuemos las correspondientes asociaciones:

C \ AB	00	01	11	10
0	$0_{\,0}$	$1_{\,2}$	$1_{\,6}$	$1_{\,4}$
1	$1_{\,1}$	$1_{\,3}$	$1_{\,7}$	$1_{\,5}$

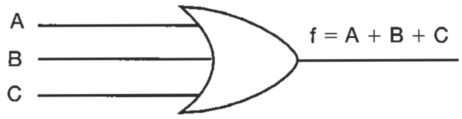
- Las casillas 2, 3, 6 y 7 eliminan las variables A y C. El resultado es B.
- Las casillas 4, 5, 6 y 7 eliminan las variables B y C. El resultado es A.
- Las casillas 1, 3, 5 y 7 eliminan las variables A y B. El resultado es C.

De esta manera la función lógica mínima que se obtiene es:

$$f = A + B + C$$

Esta función corresponde a la segunda forma canónica, que en este caso es ya la función con el mínimo número de elementos del circuito. Se puede comprobar que esta función es equivalente a la del enunciado construyendo su tabla de verdad y viendo que coincide con la original.

El diagrama lógico f = A + B + C se puede implementar mediante una puerta OR de tres entradas:



c) La realización práctica de esta función lógica se puede llevar a cabo mediante un circuito provisto de tres pulsadores, de manera que al pulsar uno cualquiera de ellos -o dos, o los tres- se accione un determinado dispositivo.

11. a) Designemos por A y B los actuadores existentes en cada puerta y por C el manual situado al lado del retrovisor. Los estados activado y desactivado de A y B los representaremos por «0» y «1», respectivamente, y el actuador C pulsado se simbolizará por «1», y no pulsado, por «0». Por otra parte, las luces interiores encendidas corresponderán al «estado 1», y apagadas, al «estado 0».

De acuerdo con estos criterios, la tabla de verdad será la siguiente:

A	B	C	f
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

De la tabla se obtiene directamente la primera forma canónica de la función representativa del automatismo:

$$f = m_1 + m_2 + m_3 + m_4 + m_5 + m_6 + m_7$$

b) Representándolo en el mapa de Karnaugh y efectuando las correspondientes asociaciones, resulta:

C \ AB	00	01	11	10
0	$0_{\,0}$	$1_{\,2}$	$1_{\,6}$	$1_{\,4}$
1	$1_{\,1}$	$1_{\,3}$	$1_{\,7}$	$1_{\,5}$

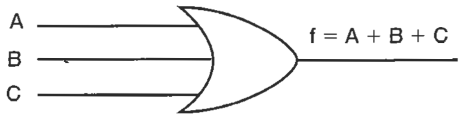
c) Para el cálculo de la expresión lógica mínima, tengamos en cuenta que:

- Las casillas 1, 3, 5 y 7 eliminan las variables A y B. El resultado es C.
- Las casillas 2, 3, 6 y 7 eliminan las variables A y C. El resultado es B.
- Las casillas 4, 5, 6 y 7 eliminan las variables B y C. El resultado es A.

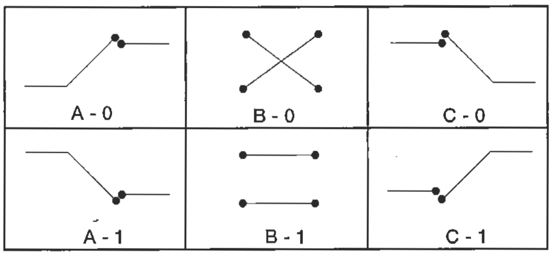
De esta manera la función lógica mínima que se obtiene es:

$$\boxed{f = A + B + C}$$

El diagrama lógico correspondiente será el de una puerta OR de tres entradas:



12. a) Teniendo en cuenta los posibles estados de los conmutadores A y C y del inversor B:



y designando por «1» el estado correspondiente a la luz encendida y «0» cuando está apagada, la tabla de verdad será la siguiente:

A	B	C	f
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

El análisis de esta tabla revela que el alumbrado permanece encendido en las siguientes situaciones:

- (A, B, C) = (0, 0, 1)
- (A, B, C) = (0, 1, 0)
- (A, B, C) = (1, 0, 0)
- (A, B, C) = (1, 1, 1)

de manera que la función lógica en su primera forma canónica será:

$$f = m_1 + m_2 + m_4 + m_7 =$$
$$= \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + A \cdot B \cdot C$$

b) Representándolo en el mapa de Karnaugh, resulta:

C \ AB	00	01	11	10
0	0 $_0$	1 $_2$	0 $_6$	1 $_4$
1	1 $_1$	0 $_3$	1 $_7$	0 $_5$

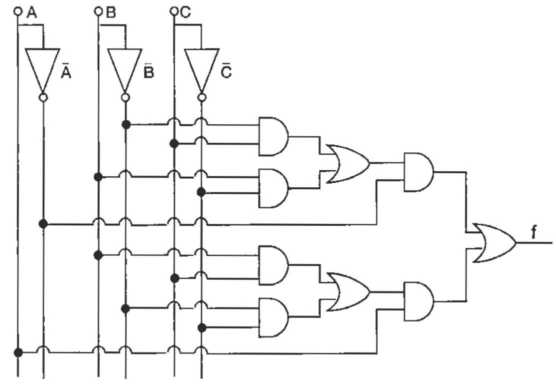
c) El mapa de Karnaugh pone de manifiesto que la anterior forma lógica es irreducible y, por lo tanto, mínima. De ahí que la expresión lógica mínima sea la correspondiente a la primera forma canónica:

$$f = m_1 + m_2 + m_4 + m_7 =$$
$$= \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + A \cdot B \cdot C$$

que se puede simplificar de distintas maneras; por ejemplo:

$$\boxed{f = \overline{A} \cdot (\overline{B} \cdot C + B \cdot \overline{C}) + A \cdot (B \cdot C + \overline{B} \cdot \overline{C})}$$

lo que permite su implementación con puertas lógicas de dos entradas.



Se dejan al criterio del profesor otras posibles implementaciones de la función.

13. a) Denominando estado «1» a la situación de cada final de carrera cuando está accionado y estado «0» cuando se encuentra en reposo y llamando, de igual modo, estado «1» al del motor cuando funciona y estado «0» cuando no lo hace, se puede construir fácilmente la tabla de verdad que gobierna este automatismo:

A	B	C	f
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	0

El análisis de esta tabla revela que el motor funciona en las siguientes situaciones:

- (A, B, C) = (1, 0, 0)
- (A, B, C) = (0, 1, 1)
- (A, B, C) = (0, 0, 1)
- (A, B, C) = (1, 1, 0)

de manera que la función lógica en su primera forma canónica será:

$$f = m_1 + m_3 + m_4 + m_6 =$$
$$= \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C + \overline{A} \cdot B \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + A \cdot B \cdot \overline{C}$$

b) Representándolo en el mapa de Karnaugh y efectuando las correspondientes asociaciones, resulta:

C \ AB	00	01	11	10
0	0 $_0$	0 $_2$	1 $_6$	1 $_4$
1	1 $_1$	1 $_3$	0 $_7$	0 $_5$

c) Para el cálculo de la expresión lógica mínima, tengamos en cuenta que:

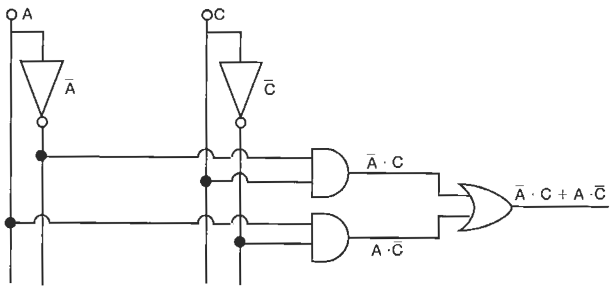
- Las casillas 1 y 3 eliminan la variable B. El resultado es: $\overline{A}\cdot C$.
- Las casillas 4 y 6 eliminan también la variable B. El resultado es: $A\cdot\overline{C}$.

De esta manera la función lógica mínima que se obtiene es:

$$\boxed{\mathbf{f=\overline{A}\cdot C+A\cdot\overline{C}}}$$

Se puede comprobar que esta función es equivalente a la anterior construyendo su tabla de verdad y viendo que coincide con la anteriormente obtenida.

La función lógica $f=\overline{A}\cdot C+A\cdot\overline{C}$ se puede implementar utilizando cualquier tipo de puertas. Así, por ejemplo:



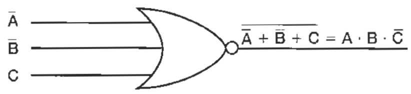
Se deja al criterio del profesor la implementación del mismo diagrama lógico utilizando solamente puertas NAND o NOR.

14. a) **Con puertas NOR**. Cada sumando de la ecuación se podría implementar con una puerta AND. Como en este caso sólo pueden usarse puertas NOR, resulta preciso implementar cada sumando por medio de las leyes de Morgan.

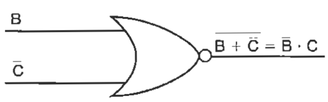
- Primer sumando:

$$A\cdot B\cdot\overline{C}=\overline{\overline{A\cdot B\cdot\overline{C}}}=\xrightarrow{\overline{A\cdot B}=\overline{A}+\overline{B}}=\overline{\overline{A}+\overline{B}+C}$$

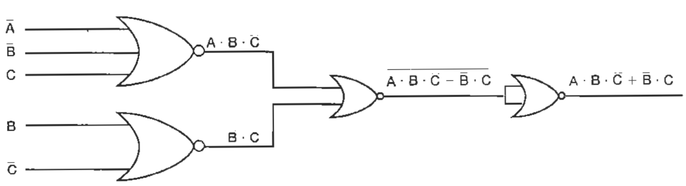
lo cual se puede obtener con una puerta NOR de 3 entradas:



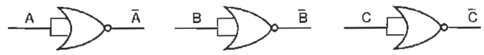
- Segundo sumando: $\overline{B}\cdot C=\overline{\overline{\overline{B}\cdot C}}=\overline{B+\overline{C}}$



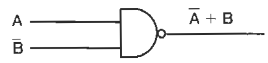
A continuación, estos dos sumandos se pueden considerar como entradas de una puerta NOR, negando posteriormente el resultado. Se obtiene así:



Nota: De la misma manera que la puerta NOR, uniendo las dos entradas en una sola, se utiliza para negar el resultado, con ella también se puede obtener cada variable negada, de la forma:

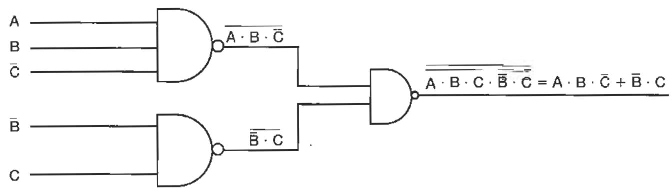


b) **Con puertas NAND**. De manera análoga al apartado anterior, una función OR se puede implementar con puertas NAND, introduciendo en sus entradas los elementos negados, conforme se refleja en la figura:



ya que, de acuerdo con la ley de Morgan: $\overline{A\cdot\overline{B}}=\overline{A}+B$

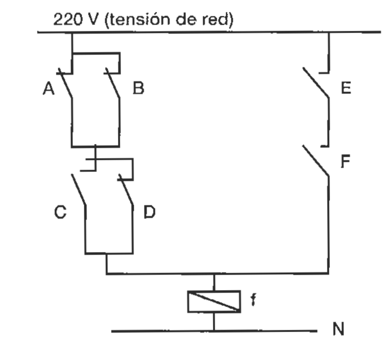
Procediendo de esta manera, la ecuación del enunciado se puede resolver utilizando sólo puertas NAND, de la forma siguiente:



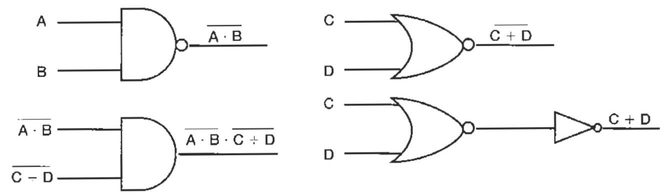
15. El diseño mediante interruptores eléctricos de la función:

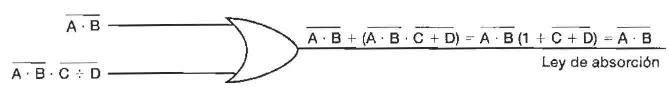
$$f=\left(\left(\overline{A}+\overline{B}\right)\left(C+\overline{D}\right)\right)+EF$$

será el siguiente:

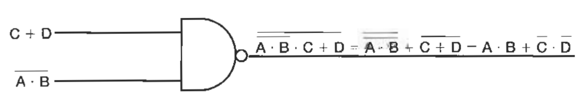


16. Resolveremos el circuito por partes:





De esta manera, resulta finalmente:



$$\boxed{\mathbf{f=A\cdot B+\overline{C}\cdot\overline{D}}}$$

17. a) $f = A \cdot B \cdot C + A \cdot B \cdot \overline{C} = A \cdot B \cdot \left(C + \overline{C}\right) = \boxed{\mathbf{A \cdot B}}$

b) $f = A \cdot B \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot C + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} =$

$= A \cdot C \cdot \left(B + \overline{B}\right) + \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \left(C + \overline{C}\right) = \boxed{\mathbf{A \cdot C + \overline{A} \cdot \overline{B}}}$

c) $f = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} + A \cdot B \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot B \cdot C$

Construyamos el mapa de Karnaugh y efectuemos las correspondientes asociaciones:

C \ AB	00	01	11	10
0	1	1	1	1
1	0	1	0	0

• Las casillas 0, 2, 4 y 6 eliminan las variables A y B. El resultado es $\overline{C}$.

• Las casillas 2 y 3 eliminan la variable C. El resultado es $\overline{A} \cdot B$.

Por tanto:

$$f = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} + A \cdot B \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot B \cdot C =$$

$$= \overline{A} \cdot B + \overline{C}$$

18. Cualquier expresión booleana puede expresarse por medio de una combinación de las tres puertas básicas. En cada operación lógica que se desee realizar se empleará la puerta adecuada. Para las sumas lógicas se usarán puertas OR; para los productos lógicos, puertas AND, y para las negaciones, las puertas NOT.

Resolveremos el problema siguiendo el orden «desde la salida hasta la entrada».

• La expresión booleana aparece negada en su totalidad. Por tanto, la última puerta lógica del circuito será una NOT.

• Bajo la complementación existen dos términos unidos, mediante una suma lógica, por una puerta OR.

• El término A·B·C procederá de un producto lógico a través de una puerta AND de tres entradas.

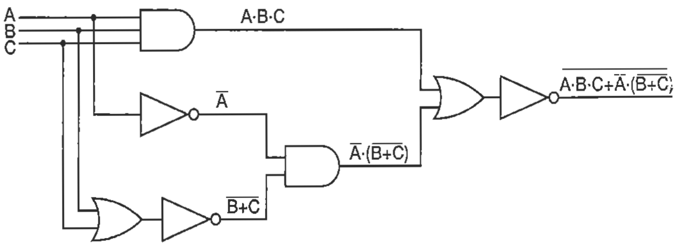
• La implementación del término $\overline{A} \cdot \left(\overline{B + C}\right)$ es más complicada. Resulta del producto lógico de los subtérminos $\overline{A}$ y $\left(\overline{B + C}\right)$ a través de una puerta AND.

• La variable $\overline{A}$ proviene de la negación por puerta NOT de la entrada A.

• La asociación $\left(\overline{B + C}\right)$ procede de la inversión de la suma B + C a través de una puerta NOT.

• La suma lógica B + C es creada por la implementación de ambas entradas por una puerta OR.

Teniendo todo esto en cuenta, el logigrama será el que se representa en la figura siguiente:



19. La tabla de verdad es la siguiente:

A	B	C	D	S	
0	0	0	0	0	
0	0	0	1	0	
0	0	1	0	1	C excitado; A, B y D en reposo.
0	0	1	1	0	
0	1	0	0	0	
0	1	0	1	0	
0	1	1	0	0	
0	1	1	1	0	
1	0	0	0	0	
1	0	0	1	1	A y D excitados; B y C en reposo.
1	0	1	0	0	
1	0	1	1	0	
1	1	0	0	1	A y B excitados; C y D en reposo.
1	1	0	1	0	
1	1	1	0	1	A, B y C excitados; D en reposo.
1	1	1	1	0	

El mapa de Karnaugh será:

CD \ AB	00	01	11	10
00	0	4	1 12	8
01	1	5	13	1 9
11	3	7	15	11
10	1 2	6	1 14	10

y permite establecer la función lógica de funcionamiento siguiente:

$$S = \overline{A} \cdot \overline{B} \cdot C \cdot \overline{D} + A \cdot B \cdot \overline{D} + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} \cdot D$$

Un esquema con puertas lógicas podría ser el siguiente: